

音と三角関数 ~音で遊ぼう~ 2004.3.

(三角関数の応用)

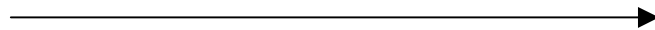
1. 音と振動数

音は、空気が振動することによって起こる。振動の速さ、つまり1秒間あたりの空気の振動回数を、音の「振動数」といい「ヘルツ」(Hz)で表す。人間に聞こえるのは、低い方の限界で15~20Hz、高い方の限界で10000~20000Hz位の範囲であるといわれる。

(例)時報の音は、440Hzと880Hzの音。440Hzはラ(A)音で、振動数が440Hzの()倍になると1オクターブ()い音になる。よって、880Hzの音は、最初のラ音より1オクターブ高い音である。

2. いろいろな振動数の音を聞いてみよう。

(1) 50Hz 100Hz 200Hz 800Hz 1000Hz 5000Hz 10000Hz



振動数が()いほど、音は高くなる。

(2) 自分が聞こえた音の範囲

低 () Hz ~ 高 () Hz

(3) 何 Hz の違いを聞き分けられるかな？

() Hz と () Hz, () Hz と () Hz



差は() Hz



差は() Hz

3. 振動数がわずかに違う2つの音を同時に聞いてみよう。

(1) 440Hzの音叉とおもりをつけた440Hzの音叉を同時に聞いてみよう。どのように聞こえますか?



* 音の強弱の変化を、() という。

強 弱の1回の変化で、1回の() という。

(2) 次の2つの音を同時に聞いた時に、何回うなりが聞こえるか数えてみよう。

振動数 440Hz と 441Hz 1秒間に聞こえるうなりの回数()回

振動数 440Hz と 442Hz 1秒間に聞こえるうなりの回数()回

振動数 440Hz と 443Hz 1秒間に聞こえるうなりの回数()回

1秒間に聞こえるうなりの回数 $n = 2$ つの振動数の()

(例) ギターなどの弦楽器の調弦は、わずか1~2Hzの音程の違いをうなりを利用することによって、人の耳を使って正確に合わせることができる！

4. 三角関数を使って、うなりのしくみを説明してみよう。

三角関数の加法定理(和の公式)から、次のような式(和積の公式)が導ける。

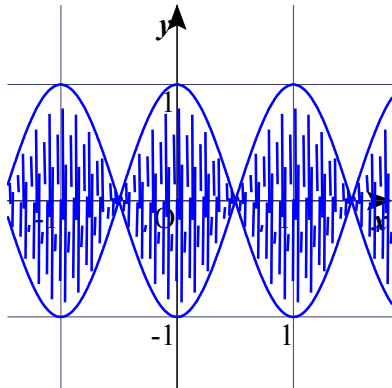
$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos\frac{\alpha - \beta}{2}$$

ここで $\alpha = 2\pi f_1 x$, $\beta = 2\pi f_2 x$ とおくと、

$$\sin 2\pi f_1 x + \sin 2\pi f_2 x = 2\sin 2\pi \left(\frac{f_1 + f_2}{2}\right) x \cdot \cos 2\pi \left(\frac{f_1 - f_2}{2}\right) x$$

(例) $f_1 = 440\text{Hz}$, $f_2 = 441\text{Hz}$ のとき、1秒間あたりのうなりの回数は
 $441 - 440 = 1$ 回 これは、次のようにして説明することができる。

$$\begin{aligned} \sin 2\pi \cdot 440x + \sin 2\pi \cdot 441x &= 2\sin 2\pi \left(\frac{440 + 441}{2}\right) x \cdot \cos 2\pi \left(\frac{441 - 440}{2}\right) x \\ &= 2\sin 2\pi 440.5x \times \cos \pi x \end{aligned}$$



つまり、 $\sin 2\pi 440.5x$ は振動数が440.5Hzの音を表し、これに振動数0.5Hzの波(右図)が掛かっているので、振動数440.5Hzの音が、1秒間に1回の強弱の変化(うなり)を起こすことになる。